15

വേദഗണിതം

പള്ളിയറ ശ്രീധരൻ

ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ്
സയിന്റിഫിക് ഹെറിറ്റേജ്
തിരുവനന്തപുരം

ഹെറ്റിറ്റേജ് പബ്ളിക്കേഷൻ സീരീസ് - 12

വേദഗണിതം

പള്ളിയറ ശ്രീധരൻ

ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിൻറിഫിക് ഹെറിറ്റേജ്
തിരുവനന്തപുരം

ഹെറിറ്റേജ് പബ്ലിക്കേഷൻ സീരീസ് - 12

വേദഗണിതം

Sri. Palliyara Sreedharan, Vaaram, Kannur

Published by :

Indian Institute of Scientific Heritage (IISH)
Registered Charitable Trust 328/99/IV
Ushus, Estate Road, Pappanamcode
Trivandrum - 695 018
www.iish.org **Ph: 0471 - 2490149**

Rs. 15/-

Printed at:

Sree Printers (DTP, Offset & Screenprinting)
Ind. Estate, Pappanamcode, TVM - 19, Ph. 490135

DHANYATHMAN

IISH is spreading the messages of our motherland through our publications in the PDF format to all our well-wishers. Your support for the mission is welcome.

Details of the bank account

Beneficiary : IISH Trivandrum
Ac No : 57020795171
IFSC : SBIN0070030
Bank : SBI industrial estate, papanamcode
Trivandrum-19

In the service of the motherland and dharma

IISH Publication Team

മുഖവുര

ഭാരതീയ ഗണിതശാസ്ത്ര പൈതൃകത്തിനു വൈദികകാല ഘട്ടത്തേക്കാളും പഴക്കമുണ്ട്. യജുർവേദത്തിൽ സംഖ്യകളെക്കുറിച്ചും, സംഖ്യാരചനയിലെ സ്ഥാനങ്ങളെക്കുറിച്ചുമുള്ള വിവരണമുണ്ട്. ഭാസ്കരാചാര്യൻ രണ്ടാമൻെറ കൃതിയായ ലീലാവതിയിൽ ഗണിതത്തിൻെറ സഹായമില്ലാതെ മൂന്നുലോകത്തിലേയും ഒരു കാര്യവും വിവരിക്കുവാൻ സാധ്യമല്ല എന്നു പറയുന്നു. ഗണിതം, ഭാരതത്തിൽ ആത്മീയതയുടേയും, ശാസ്ത്രസാങ്കേതിക വിജ്ഞാനത്തിൻെറയും അവിഭാജ്യഘടകമായിരുന്നു, ഇന്നും അതപ്രകാരം തന്നെ തുടരുന്നു. യജ്ഞകർമ്മങ്ങൾ സുദീർഘമായി വിവിരിക്കുന്ന ശ്രൗതസൂത്രഗ്രന്ഥങ്ങളുടെ പ്രധാനഭാഗമാണ് സൂൽബസൂത്രങ്ങൾ. അതിപ്രധാന സുൽബസൂത്രങ്ങളാണ് ലോകത്തിൽ രചിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള ആദ്യത്തെ ശുദ്ധഗണിത ഗ്രന്ഥങ്ങൾ. നാലായിര ത്താണ്ടിന്നപ്പുറം പഴക്കമുള്ള ബൗധായന, അപസ്തംബ, കാത്യായന, മാനവീയ സുൽബസൂത്രങ്ങളിലെ ഗണിതത്തെ ആസ്പദമാക്കി ഇന്നും പി.എച്ച്.ഡി പോലും എടുക്കുന്നുണ്ട് എന്നത്, അവയുടെ മഹത്വം തെളിയിക്കുന്നു.

ഗണിതരചനയിൽ ഭാരതത്തിൽ പ്രചുരപ്രചാരം നേടിയിരുന്ന വിവിധ സംഖ്യരചനാ ക്രമങ്ങളുമുണ്ടായിരുന്നു. ഭൂതസംഖ്യരചനയ്ക്ക് ഏറെ പഴക്കമുണ്ട്. അതെളുപ്പം പ്രയോഗിക്കുവാനും പുതിയ പദങ്ങളിലൂടെ സംഖ്യരചനസാധ്യമാക്കുവാനും സാധിക്കും. ഉദാഹരണത്തിന് രൂപം, ഭൂമി, ചന്ദ്രൻ ഇവക്ക് 1 ഉം നേത്രം, ശ്രോത്രം, യമം 2 ഉം, ഗുണം, മൂർത്തി, രാമൻ ഇവക്ക് 3ഉം വേദം. സാഗരം 4 ഉം, ശരം 5 ഉം, രസം 6 ഉം, സ്വരം, പണം ഗിരി, 7 ഉം വസുക്കൾ 8 ഉം, രന്ധ്രം (സുഷിരം), ഗ്രഹം 9 ഉം, ദിക് 10 ഉം രുദ്രൻ 11 ഉം സൂര്യൻ 12 ഉം, തിഥി 15 ഉം, ജിന 24 ഉം, നക്ഷത്രം, ജ്യോതിസ് 27 ഉം,വ്യോമം ആകാശം ഇവ 0 ഉം ആകുമ്പോൾ അവയുടെ എല്ലാ പര്യായപദങ്ങൾക്കും അതേസംഖ്യാമൂല്യം വരുന്നു. പദങ്ങൾ ഇടത്തുനിന്നു വലത്തോട്ടെഴുതുമ്പോൾ അക്കങ്ങൾ വലത്തുനിന്നും ഇടത്തോട്ടെഴുതണം, വ്യോമശൂന്യശരാദ്രി ഇന്ദുരന്ധ്ര അദ്രദ്രിശരേന്ദവ എന്നതിന് 1577917500 എന്ന മൂല്യം ഭൂതസംഖ്യപ്രകാരം ലഭിക്കുന്നു.

കടപയാദി സംഖ്യ രചനാക്രമത്തിൽ 'ക' മുതൽ 'ഝ' വരെയും 'ട' മുതൽ 'ധ' വരെയും 1 മുതൽ 9 വരെ മൂല്യമാണ് 'പ' മുതൽ 'മ' വരെ 1 മുതൽ 5 വരെ യ, ര, ല, വ .... ക്ക് യഥാക്രമം 1,2,3 എന്നിങ്ങനെയും മൂല്യം വരുന്നു. സ്വരാക്ഷരങ്ങൾ തുടക്കത്തിൽ വന്നാൽ 0 മാണ്. അല്ലാതെവരുമ്പോൾ മൂല്യമില്ല. ങ, ന, ക്കം, 0 മൂല്യം അക്ഷരങ്ങൾ

ഇടത്തുനിന്നും വലത്തേക്കെഴുതുമ്പോൾ അക്കങ്ങൾ വലത്തുനിന്നും ഇടത്തേക്കെഴുതണം. 'ആയുരാരോഗ്യസൗഖ്യം' എന്നെഴുതിയാൽ കടപയാദിസമ്പ്രദായത്തിൽ 171210 എന്നും 'അനന്തപുരം' എന്നെഴുതിയാൽ 21600 എന്നും ലഭിക്കും. ഈ രണ്ടു സമ്പ്രദായങ്ങളും കൂടാതെ ആര്യഭടീയ രചനാക്രമവും സംസ്കൃതഭാഷാ രചനാക്രമവും വേറെയുണ്ട്.

ഗണിതക്രിയകളും പ്രയോഗവും ആര്യഭടീയ ഗ്രന്ഥത്തിൽ വിവരിക്കുന്നുണ്ട്. വർഗമൂലവും ഘനമൂലവും കാണുവാനുള്ള ആര്യഭടീയ സമ്പ്രദായം പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധയർഹിക്കുന്നു. ഭാരതീയ ഗണിതജ്ഞാനത്തിൻെറ ഉജ്ജ്വല സംഭവനയാണ് വേദഗണിതം. അഥർവ വേദത്തിൻെറ പരിശിഷ്ടത്തിലാണ് വേദഗണിതസൂത്രങ്ങളുള്ളത് എന്നു പറയപ്പെടുന്നു. അഥർവവേദത്തിന് പരിശിഷ്ടമില്ല എന്ന പക്ഷവുമുണ്ട്. പ്രസിദ്ധ ഗണിതജ്ഞനും അനവധി ബിരുദാനന്തര ബിരുദങ്ങളുടെ ഉടമയുമായ പുരി ഗോവർദ്ധനമഠ ശങ്കരാചാര്യ സ്വാമി ഭാരതീകൃഷ്ണ തീർത്ഥ എഴുതിയ 16 സൂത്രങ്ങളടങ്ങുന്നതാണ് വേദഗണിതസൂത്രം. 13 ഉപസൂത്രങ്ങൾ പിന്നീട് എഴുതിച്ചേർത്തു എന്നുകാണുന്നു ഇതാദ്യമായി പ്രസിദ്ധീകരിച്ചത് 1965 ലാണത്രെ. 1950കളിൽ വികസിപ്പിച്ചെടുത്ത വേദഗണിതസൂത്രങ്ങൾ 1957ൽ പൂർണമായും ക്രമീകരിച്ചെഴുതി എന്നുകാണുന്നു.

വേദഗണിതത്തിൻെറ എല്ലാസൂത്രങ്ങൾക്കും പ്രായോഗിക വ്യാഖ്യാനം നടത്തിയിട്ടില്ലെന്ന് വിവരണങ്ങളിൽ കാണുന്നു. ചിലത് അതി സങ്കീർണങ്ങളായ ഗണിതക്രിയക്ക് വേണ്ടിയുള്ളതാണത്രെ.

പ്രസിദ്ധഗണിതജ്ഞനും, അദ്ധ്യാപകനും ഭാരതീയ ഗണിതശാസ്ത്ര പൈതൃകത്തിന് ഗഹനമായ സംഭാവന നൽകിയ വ്യക്തിയുമായ ശ്രീ പള്ളിയറ ശ്രീധരൻ അവർകൾ ലളിതമായ ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ വിവരിക്കുന്ന ഏതാനും സൂത്രങ്ങൾ പ്രസിദ്ധീകരിക്കുവാൻ ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിൻറിഫിക് ഹെറിറ്റേജിന് അവസരമുണ്ടായതിൽ ഞങ്ങൾക്ക് അതിയായ സന്തോഷമുണ്ട്. പള്ളിയറ ശ്രീധരൻ അവർകളോട് ഞങ്ങളുടെ കൃതജ്ഞത രേഖപ്പെടുത്തുന്നു.

ഭാരതീയശാസ്ത്രപൈതൃകം സാധാരണ ജനങ്ങളിലേക്കെത്തിക്കുന്ന കർമ്മമണ്ഡലത്തിൽ ഈ ലഘുപുസ്തകവും സമർപ്പിക്കുന്നു.

ഡോ. എം. സാംബശിവൻ
ചെയർമാൻ

ഡോ. എൻ. ഗോപാലകൃഷ്ണൻ
ഹോണ. ഡയറക്ടർ

വേദഗണിതം

ഏതു ശാസ്ത്രത്തിൻെറയും വളർച്ചക്ക് ഗണിതശാസ്ത്രം മുഖ്യമായ പങ്കുവഹിക്കുന്നു. ശാസ്ത്രവിഷയങ്ങളിൽ മാത്രമല്ല എല്ലാ വിജ്ഞാനശാഖകളിലും ഗണിതത്തിന് പ്രമുഖമായ സ്ഥാനമുണ്ട്. മിക്ക മത്സരപരീക്ഷകളിലും ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന് നല്ല പ്രാധാന്യം നൽകികാണുന്നു. ഭൂരിപക്ഷം പേരും പരാജയപ്പെടുന്നതും ഭയപ്പെടുന്നതും ഗണിതത്തെതന്നെ.

ഗണിത ക്രിയകളിലുള്ള സങ്കീർണ്ണതയാണ് അധികംപേരെയും ഗണിതത്തിൽനിന്ന് അകറ്റുന്നത്. നിർഭാഗ്യവശാൽ ഇന്ന് കൈകാര്യം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ഗണിതക്രിയകൾ അതിൻെറ പരമാവധി സങ്കീർണ്ണതയോടെയാണ് നാം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത്! രണ്ടോ മൂന്നോ വരിയിൽ എളുപ്പത്തിൽ ഉത്തരം കിട്ടാവുന്ന പല ഗണിതക്രിയകൾക്കും നാം അനേകം സ്റ്റെപ്പുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. നമ്മുടെ വിലപ്പെട്ട സമയമാണ് വെറുതെ നഷ്ടപ്പെടുത്തുന്നത്. മത്സരപരീക്ഷകളുടെ കാര്യത്തിൽ സമയത്തിൻെറ വില പറഞ്ഞറിയിക്കാൻ പ്രയാസം. ഈയൊരു സാഹചര്യത്തിലാണ് വേദഗണിതം പ്രസക്തമാകുന്നത്. സങ്കീർണ്ണമായ അനേകം സ്റ്റെപ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ചെയ്യുന്ന ഗണിതക്രിയകൾ വേദഗണിതരീതിയിൽ ഒന്നോ രണ്ടോ സ്റ്റെപ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ചെയ്യാനാകും. തികച്ചും അത്ഭുതമെന്നോ മാന്ത്രികമെന്നോ വിശേഷിപ്പിക്കാവുന്ന ഒരവസ്ഥയാണിത്. വേദകാലത്ത് ഭാരതത്തിൽ രൂപപ്പെട്ട ഈ ഗണിതരീതികൾ സ്വാമി ഭാരതീകൃഷ്ണതീർത്ഥജിയുടെ Vedic Mathematics എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിൽ സമാഹരിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിലെ ചില രീതികൾ ഉപയോഗിച്ച് ഗണിതക്രിയകൾ എങ്ങനെ എളുപ്പത്തിൽ നിർവഹിക്കാമെന്ന് അവതരിപ്പിക്കുകയാണ്.

ഗണിതത്തിൽ ഏറ്റവും മികച്ച കണ്ടുപിടുത്തമാണല്ലോ പൂജ്യം. പൂജ്യത്തിൻെറ കണ്ടുപിടുത്തത്തോടെ ഗണിതക്രിയകൾ എത്ര ലളിതമായി ചെയ്യാമെന്ന് വിശദീകരിക്കേണ്ടതില്ലല്ലോ. പൂജ്യം, ഒന്ന് എന്നീ അക്കങ്ങൾ മാത്രം ഉപയോഗിക്കുന്ന ദ്വയാംഗസമ്പ്രദായം ഉപയോഗിക്കുന്ന അത്ഭുതയന്ത്രമായ കമ്പ്യൂട്ടർ സർവമേഖലയിലും ആധിപത്യം സ്ഥാപിച്ചു വരികയാണല്ലോ. പൂജ്യം ഉപയോഗിച്ചുള്ള ദശക്രമസമ്പ്രദായത്തിലെ ഏകം, ദശം, ശതം, സഹസ്രം

എന്നിങ്ങളെയുള്ള സംഖ്യകളെ ആധാരമാക്കിയാണ് വേദഗണിത രീതിയിൽ മിക്ക ക്രിയകളും എളുപ്പത്തിൽ നിർവഹിക്കപ്പെടുന്നത്.

വേദഗണിതത്തിൽ വിശദീകരിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള 16 സൂത്രങ്ങളും 13 ഉപസൂത്രങ്ങളും താഴെകൊടുക്കുന്നു.

1. ഏകാധികേനപൂർവേണ
2. നിഖിലം നവ തശ്ചരമം ദശത:
3. പരാവർത്യ യോജയേത്
4. ഊർധ്വതിര്യഗ്ഭ്യാം
5. ശൂന്യംസാമ്യസമുച്ചയേ
6. സങ്കലനവ്യവകലനാഭ്യാം
7. (അനുരൂപ്യേ) ശൂന്യമന്യത്
8. യാദവദൂനം
9. ചലനകലനാഭ്യാം
10. പൂർണാപൂരണാഭ്യാം
11. ശേഷാണ്യങ്കേന ചരമേണ
12. വ്യഷ്ടിസമഷ്ടി:
13. സോപാന്ത്യ ദ്വയമന്ത്യം
14. ഗുണകസമുച്ചയ:
15. ഗുണിതസമുച്ചയ:
16. ഏകന്യൂനേനപൂർവേണ

ഉപസൂത്രങ്ങൾ

1. ആനുരൂപ്യേണ
2. അദ്യമാദ്യേന അന്ത്യമന്ത്യേന
3. അന്ത്യയോർദശകേപി
4. അന്ത്യയോരേവ
5. ശിഷ്യതേ ശേഷസംജ്ഞ
6. കേവലൈ സപ്തകം ഗുണ്യാത്
7. യാവദൂനം താവദൂനം
8. യാവദൂനം താവദൂനികൃത്യവർഗ്ഗം ച യോജയേത്
9. സമുച്ചയഗുണിത:
10. ലോപനസ്ഥാപനാഭ്യാം
11. വിലോകനം
12. ഗുണിത സമുച്ചയ: സമുച്ചയ ഗുണിത:
13. വേഷ്ടനം

ഏകാധികേനപൂർവേണ

പൂർവ്വഅക്കത്തോട് ഒന്നുകൂട്ടിക്കൊണ്ട് ക്രിയ ചെയ്യുക എന്ന അർത്ഥത്തിലാണ് ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. 'കൊണ്ട്' എന്ന സൂചനയുള്ളതുകൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയോ ഹരിക്കുകയോ ചെയ്യണം. 'കൊണ്ട്' എന്ന പ്രയോഗം സങ്കലനത്തിനും വ്യവകലനത്തിനും അനുയോജ്യമല്ല. സങ്കലനത്തിന് ഓട് (ഉദാ-രണ്ടിനോട് മൂന്ന് കൂട്ടുക) എന്നും ഇൽ (ഉദാ-മൂന്നിൽനിന്നും ഒന്ന് കുറയ്ക്കുക) എന്നും പ്രയോഗിക്കുന്നു. വർഗ്ഗം കാണുക വ്യുൽക്രമം കാണുക എന്നീ ക്രിയകൾ എളുപ്പത്തിൽ നിർവഹിക്കുവാൻ ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കാം.

അഞ്ചിൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം എല്ലായിപ്പോഴും 25ൽ അവസാനിക്കും എന്ന് നമുക്കറിയാം. അപ്പോൾ അഞ്ചിൽ അവസാനിക്കുന്ന ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിന്റെ അവസാനത്തെ രണ്ടക്കം കണ്ടുപിടിക്കാൻ യാതൊരു പ്രയാസവുമില്ല. ഇത് 25 തന്നെ ആയിരിക്കും. $15^2 = 225$ എന്നു നമുക്കറിയാം. ഇവിടെ 15ൽ 5ന്റെ പൂർവപദം 1 ആകുന്നു. ഇതിനോട് 1 കൂട്ടുമ്പോൾ 2 കിട്ടും 1x2=2 അപ്പോൾ 15 ന്റെ വർഗ്ഗം എങ്ങനെ 225 ആയി എന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം. പൂർവ്വഅക്കത്തോട് ഒന്നുകൂട്ടി ഗുണനഫലം കണ്ടു 25 ചേർത്തു ഇതേ രീതിയിൽ 25^2 = (2 x 3)/ 25 = 625

ഇവിടെ 2നോട് 1 കൂട്ടിയാണ് 3 ലഭിച്ചത്. 2 നെ മൂന്നുകൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ് 6. അവസാനം 25 ചേർത്ത് ഇതേപോലെ

35^2 = (3 x 4)/25 = 1225
45^2 = (4 x 5)/25 = 2025
85^2 = (8 x 9)/25 = 7225
95^2 = (9 x 10)/25 = 9025
105^2 = (10 x 11)/25 = 11025
205^2 = (20 x 21)/25 = 42025

അഞ്ചിൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം ഈ രീതിയിൽ എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടുപിടിക്കാം.

ഇവിടെ നാം 5ൽ അവസാനിക്കുന്ന രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലാണ് ഗുണിച്ചത്. ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനം ഒഴികെയുള്ള അക്കങ്ങളും തുല്യമായിരുന്നു. ഇതേപോലുള്ള സംഖ്യകളിൽ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 10 ആണെങ്കിലും ഇതേ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കാം. പക്ഷേ മറ്റ് അക്കങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കണം. ഉദാഹരണമായി 72, 78 എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലം കാണണ മെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവിടെ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 2+8=10. ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം ഒഴികെയുള്ള അക്കങ്ങൾ തുല്യമാണ്.

ഇവിടെ പൂർവപദം 7 ഒന്നു കൂട്ടിയാൽ 7 + 1 = 8
ഗുണനഫലം = 7 x 8 = 56 ∴ 72 x 78 = (7 x 8)/16 = 5616

ഏകസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ രണ്ടക്കമില്ലെങ്കിൽ ഒരു പൂജ്യം ഇടതുഭാഗത്ത് ചേർത്ത് രണ്ടക്കമാക്കണം.

ഉദാ 79x71 = 7 (7+1)/ 9x1 = 5609 ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 10 ആകുന്ന ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

34x36 = 3(3+1)/4x6 = 1224
52x58 = 5x6/2x8 = 3016
89x81 = (8x9)/9x1 = 7209
63x67 = (6x7)/3x7 = 4221
86x84 = (8x9)/6x4 = 7224

യാവദൂനം താവദൂനികൃത്യവർഗ്ഗം ച യോജ്ജയേത്

എത്ര കുറവുണ്ടോ അത്രയും വീണ്ടും കുറയ്ക്കുക'. കുറവിൻെറ വർഗ്ഗം ചേർക്കുക' എന്ന് ഈ സൂത്രം വിശദീകരിക്കാം. പത്തോ പത്തിൻെറ ഘാതങ്ങളോ ആയ് സംഖ്യകളാണ് ആധാരമായി സ്വീകരിക്കേണ്ടത്.

ചില സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം കാണാനാണ് ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണമായി 8 എന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവിടെ ആധാരസംഖ്യയായി 10 സ്വീകരിക്കുന്നു. ആധാരസംഖ്യയിൽ 2 ആണ് കുറവുള്ളത്. ഇത്രയും കുറവ് സംഖ്യയിൽ വീണ്ടും വരുത്തുക 8–2 = 6 ഇനി കുറവുള്ള സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം ചേർക്കണം. കുറവുള്ളത് = 2. ∴ വർഗ്ഗം 2x2 = 4.

അപ്പോൾ 8 ൻെറ വർഗ്ഗം 64 എന്നു ലഭിക്കുന്നു. പത്തിനോടടുത്ത പത്തിൽ കുറവായ ഒരു സംഖ്യയാണ് നാം പരിഗണിച്ചത്. പത്തിനോടടുത്ത പത്തിൽ കൂടുതലായ സംഖ്യകളും നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം. കുറവുള്ളത് കുറയ്ക്കുന്നതിനുപകരം കൂടുതലുള്ളത് കൂട്ടണം. ഉദാഹരണമായി 12 ൻെറ വർഗ്ഗം കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവിടെ പത്തിൽ കൂടുതലുള്ളത് 2. 12 നോട് രണ്ട് കൂട്ടിയാൽ 14 കിട്ടും കൂടുതലുള്ളതിൻെറ വർഗ്ഗം 2x2=4.

12ൻെറ വർഗ്ഗം 144. ഇതേപോലെ 13^2 = (13+3)/9 = 169

16^2 = (16+6)/36 = 256

സംഖ്യ 20നോട് അടുത്താകുമ്പോൾ 20 അടിസ്ഥാനമായി സ്വീകരിക്കാം. 2 കൊണ്ട് ഇടതുവശത്തെ ഫലത്തെ ഗുണിക്കേണ്ടിവരും. 19^2 = 2(19–1)/1 = 361.

23^2 = 2(23+3)/9 = 529. 25^2 = 2(25+5)/25 = 625

ഫലത്തെ 30 അടിസ്ഥാനമായി സ്വീകരിക്കുമ്പോൾ 3 കൊണ്ട് ഇടതുവശത്തെ ഗുണിക്കേണ്ടി വരും. മുപ്പതിന് അടുത്ത സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം കാണാൻ ഇത് ഉപകരിക്കും. 29^2 = 3(29–1)/1 = 841. 32^2 = 3(32+2)/1 = 1024

ഇനി നൂറിനോടടുത്ത ചില സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കാം. ഉദാഹരണമായി 96 ൻെറ വർഗ്ഗം കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇത് 100 ൽ നിന്നും 4 കുറവാണ്. അപ്പോൾ 96ൽ നിന്ന് വീണ്ടും 4 കുറക്കണം. 96–4 = 92. കുറവിൻെറ വർഗ്ഗം 4x4=16. ∴ 96x96 = 9216

ഇതേപോലെ 95^2 = (95–5)/25 = 9025 92^2 = (92–8)/64 = 8464

104^2 = (104+4)/16 = 10816 106^2 = (106+6)/36 = 11236

നിഖിലം നവതശ്ചരമം ദശതഃ

എല്ലാം ഒമ്പതിൽനിന്ന് അവസാനത്തേത്. പത്തിൽനിന്ന് എന്ന് ഈ സൂത്രം വിശദീകരിക്കാം. സംഖ്യയിലെ ഏകസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ മാത്രം പത്തിൽനിന്ന് കുറയ്ക്കണം. ബാക്കി എല്ലാ അക്കങ്ങളും ഒമ്പതിൽനിന്നും കുറയ്ക്കണം. ഈ സൂത്രത്തെ ചുരുക്കത്തിൽ നിഖിലം എന്നുവിളിക്കാറുണ്ട്.

ഈ സൂത്രം എങ്ങനെ പ്രയോഗിക്കുന്നു എന്ന് പരിശോധിക്കാം. ഉദാഹരണമായി 9 എന്ന സംഖ്യ പരിഗണിക്കുക. ഇവിടെ ഒരു അക്കം മാത്രമേയുള്ളൂ. എല്ലാം ഒമ്പതിൽ നിന്ന് അവസാനത്തേത് പത്തിൽ നിന്ന് എന്നാണല്ലോ സൂത്രം. പക്ഷേ ഇവിടെ ഒരു അക്കം മാത്രമേയുള്ളൂ. ഏകസ്ഥാനത്തെ അക്കംമാത്രം. എല്ലാം ഒമ്പതിൽ നിന്ന് എന്നതിന് പ്രസക്തിയില്ല. അവസാനത്തേത് പത്തിൽനിന്ന് എന്ന് എടുത്താൽ മതി. അപ്പോൾ പത്തിൽ നിന്ന് 9 കുറയ്ക്കണം. 10–9=1. ഇതിനെ വ്യതിയാനം എന്ന് വിളിക്കാം.

86 എന്ന രണ്ടക്കസംഖ്യ പരിഗണിക്കുക. അവസാനത്തെ അക്കം അഥവാ ഏകസ്ഥാനത്തെ അക്കം 6. ഇത് പത്തിൽനിന്ന് കുറയ്ക്കണം. 10–6 = 4. ഇനി എല്ലാം ഒമ്പതിൽനിന്ന് കുറക്കണം. നമുക്ക് 8 എന്ന ഒരു അക്കം മാത്രമേയുള്ളൂ. 9–8=1. അപ്പോൾ 86 ൻെറ വ്യതിയാനം 14 എന്ന് കിട്ടുന്നു.

872 എന്ന മൂന്നക്കസംഖ്യ പരിഗണിക്കുക. ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം 2. ഇത് പത്തിൽ നിന്ന് കുറക്കണം. 10–2 = 8. മറ്റുള്ളവ ഒമ്പതിൽനിന്ന് കുറക്കണം. 9–7 = 2, 9–8=1 അപ്പോൾ 872 ൻെറ വ്യതിയാനം 128. ഇതേപോലെ 8751 ൻെറ വ്യതിയാനം 1249 ആയിരിക്കും. ഇവിടെ അവസാനത്തെ അക്കം പത്തിൽ നിന്ന് കുറച്ചിരിക്കുന്നു. ബാക്കി എല്ലാം ഒമ്പതിൽ നിന്ന് കുറച്ചിരിക്കുന്നു. വ്യവകലനം, ഗുണനം, ഹരണം എന്നീ ക്രിയകൾക്കാണ് ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കാറുള്ളത്

വ്യവകലനക്രിയക്ക് ഈ സൂത്രം എങ്ങനെ ഉപയോഗിക്കാം എന്ന് പരിശോധിക്കാം. സാധാരണമായി ഒരു വലിയ സംഖ്യയിൽ നിന്ന് ഒരു ചെറിയ സംഖ്യ കുറയ്ക്കുകയാണ് വ്യവകലനത്തിൽ ചെയ്യുന്നത്. ഇത്തരം സംഖ്യകൾതന്നെ രണ്ടുവിധത്തിലുണ്ട്.

(1) വലിയ സംഖ്യയിലെ എല്ലാ അക്കങ്ങളും ക്രമത്തിൽ ചെറിയ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളേക്കാൾ വലുതായിരിക്കും. ഉദാഹരണമായി

986ൽ നിന്ന് 735 കുറയ്ക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇതിൽ ആദ്യത്തെ സംഖ്യയിലെ എല്ലാ അക്കങ്ങളും ക്രമത്തിൽ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളേക്കാൾ വലുതാണ്. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ നിഖിലം സൂത്രത്തിന് പ്രസക്തിയില്ല. അക്കങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ക്രമത്തിൽ കണ്ടാൽ മതി.

(2) വലിയ സംഖ്യയിലെ ചില അക്കങ്ങൾ ചെറിയ സംഖ്യയിലെ ചില അക്കങ്ങളേക്കാൾ ചെറുതാവാം. ഉദാഹരണമായി 832ൽ നിന്ന് 547 കുറയ്ക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ ഇവയിൽ ഏക സ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങൾ പരിശോധിച്ചാൽ വലിയ സംഖ്യയിലേത് ചെറുതാണെന്ന് കാണാം. പത്താം സ്ഥാനത്തെ അക്കവും ഇതു പോലെത്തന്നെയാണ്. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ 'നിഖിലം' ഉപയോഗിക്കാം. വ്യവകലനത്തിൽ നിഖിലം ഉപയോഗിക്കുന്നവിധം താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

(1) വ്യവകലനം ഏകസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങളിൽ നിന്ന് തുടങ്ങുക. പിന്നീട് ക്രമത്തിൽ 10, 100, 1000 എന്നീ സ്ഥാനങ്ങളിലേക്ക് നീങ്ങുക.

(2) വലിയ അക്കത്തിൽനിന്ന് ചെറിയ അക്കം കുറയ്ക്കേണ്ടിവരുമ്പോൾ വ്യത്യാസം കണ്ട് ചേർക്കുക.

(3) തുല്യ അക്കം കുറയ്ക്കേണ്ടി വരുമ്പോൾ പൂജ്യം ചേർക്കുക.

(4) ഒരു ചെറിയ അക്കത്തിൽ നിന്നും വലിയ അക്കം കുറയ്ക്കേണ്ടി വരുമ്പോൾ ആദ്യം വ്യത്യാസം കാണുക, പത്തിൽ നിന്ന് കുറയ്ക്കുക. പിന്നീടും ഇങ്ങനെ ചെറുതിൽ നിന്ന് വലുത് കുറക്കേണ്ടി വരികയാണെങ്കിൽ ഒമ്പതിൽ നിന്നുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക.

(5) തുടർന്ന് വലുതിൽ നിന്നും ചെറുത് കുറക്കേണ്ടിവരുമ്പോൾ ഒന്നു കൂടുതൽ കുറക്കണം. ഒരു ഉദാഹരണം താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

863ൽ നിന്ന് 587 കുറക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ആദ്യം 7ഉം 3ഉം തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക. 7–3 = 4. ഇത് 10ൽ നിന്ന് കുറക്കുക 10–4 = 6. 863 – 587 = 6

ഇനി പത്താംസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക. 8–6 = 2 ഒമ്പതിൽനിന്ന് കുറക്കുക 9–2 = 7.

863 – 587 = 76. നൂറാംസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക. ഒന്ന് കൂടുതൽ കുറക്കുക. 8–5–1 = 2; 863–587 = 276

മറ്റൊരു ഉദാഹരണം 4372 – 3286 കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ

6–2 = 4; 10–4 = 6; 4372 – 3286 = 6

8–7 = 1; 9–1 = 8; 4372 – 3286 = 86

3–2–1 = 0; 4372 – 3286 = 086

4–3 = 1; 4372 – 3286 = 1086

വ്യവകലനക്രിയയിൽ "നിഖിലം" എങ്ങനെ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നു എന്ന് മനസിലാക്കിയല്ലോ. രണ്ട് സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനം എങ്ങനെ എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാമെന്ന് നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം.

പൂജ്യം മുതൽ ഒമ്പതുവരെയുള്ള പത്ത് അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാണല്ലോ നാം സംഖ്യകൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത്. രണ്ടു സംഖ്യകൾ ഗുണിക്കുമ്പോൾ സംഖ്യകളിലെ എല്ലാ അക്കങ്ങൾ തമ്മിലും ഗുണിക്കപ്പെടുന്നുണ്ട്. ഇവയിൽ പൂജ്യം കൊണ്ടുള്ളഗുണനമാണ് ഏറ്റവും എളുപ്പം. ഒന്നുകൊണ്ടുള്ള ഗുണനവും എളുപ്പംതന്നെ. മുന്നോട്ടു പോകുന്തോറും പ്രയാസം കൂടികൂടി വരുന്നു. നിഖിലം ഉപയോഗിച്ച് ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഒമ്പത് ഒന്നോ രണ്ടോ ആയി മാറുന്നു. എട്ട് രണ്ടോ മൂന്നോ ആയി മാറുന്നു. അതുകൊണ്ട്തന്നെ ഗുണനം ലഘൂകരിക്കപ്പെടുന്നുണ്ട്. നിഖിലം ഉപയോഗിച്ച് ആദ്യം രണ്ട് ഒരക്ക സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ എങ്ങനെ ഗുണിക്കാമെന്ന് നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി 8, 9 എന്നീ സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവിടെ സംഖ്യയിൽ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനം മാത്രമേയുള്ളൂ. അപ്പോൾ പത്തിൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനം കാണണം. (എല്ലാം ഒമ്പതിൽനിന്ന് അവസാനത്തേത് പത്തിൽ നിന്ന് എന്നാണല്ലോ സൂത്രം.) ഓരോ സംഖ്യയും പത്തിൽ നിന്നു കുറച്ചാലുള്ള വ്യതിയാനം താഴെ കൊടുക്കുന്നു. 10–8 = 2; 10–9 = 1

ഗുണനഫലത്തിലെ ഒന്നാംസ്ഥാനത്തെ അക്കം കാണാൻ ഈ വ്യതിയാനങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കണം. ഇവിടെ അടിസ്ഥാനസംഖ്യ 10 ആയാണ് എടുക്കുന്നത്. സംഖ്യ അടിസ്ഥാനസംഖ്യയിൽ കുറവായാൽ വ്യതിയാനം നെഗറ്റീവ് ആയിട്ടാണ് പരിഗണിക്കുന്നത്. അപ്പോൾ വ്യതിയാനങ്ങൾ യഥാക്രമം 2ഉം 1ഉം ആയിരിക്കും. ഇവ രണ്ടും നെഗറ്റീവ് ആയതിനാൽ ഇവയുടെ ഗുണനഫലം വ്യതിയാനങ്ങളുടെ താഴെ ചേർക്കുക.

8–2

9–1

2

ഗുണനഫലത്തിൻെറ പത്താംസ്ഥാനത്തെ അക്കം കാണാൻ എട്ടിൽ നിന്ന് ഒന്നു കുറയ്ക്കുക. അഥാവാ 9ൽ നിന്ന് രണ്ടു കുറയ്ക്കുക. ഫലം ഏഴാണല്ലോ. ഇത് ഗുണനഫലത്തിലെ പത്താംസ്ഥാനത്തെ അക്കമായിരിക്കും. ഇത് നേരത്തേ ചേർത്ത രണ്ടിൻെറ ഇടതുഭാഗത്തു ചേർക്കുക.

8–2 അപ്പോൾ 8x9=72. ഗുണനക്രിയ താഴെകൊടുക്കുന്നു.

9–1 8x9 കാണണം. അടിസ്ഥാനസംഖ്യ 10.

7/2 8–2→ (1); 9–1→ (2). (4) ←7/2→ (3)

1. പത്തിൽനിന്നുള്ള വ്യതിയാനം – ചിഹ്നംചേർത്തു.

2. 10ൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനം – ചിഹ്നം ചേർത്തു

3. –2 x – 1 = 2

4. വിലങ്ങനെ കുറച്ചു 8–1 അല്ലെങ്കിൽ 9–2. ഇനി നമുക്ക് രണ്ട് രണ്ടക്ക സംഖ്യകൾ 93,96 എന്നിരിക്കട്ടെ. ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ പത്തിൽ നിന്നുളള വ്യതിയാനം –7,–4 എന്നിവയായിരിക്കും. (എല്ലാം ഒമ്പതിൽ നിന്ന് അവസാനത്തേത് പത്തിൽ നിന്ന്) ഇവിടെ അടുത്ത അക്കം 9 ആയതിനാൽ 9–9=0. 93–7 96–4.

വ്യതിയാനങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം=28. ഇത് വ്യതിയാനങ്ങളുടെ താഴെ ചേർക്കുക

93–7
96 –4
28

ഇനി 96–7 അഥവാ 93–4 കാണുക. ഇത് 89 ആണല്ലോ.

ഇത് നേരത്തേ ചേർത്ത 28ന് ഇടതുവശം ചേർക്കുക

93–7
96–4
89/28

അതായത് 93x96=8928

ഇതുപോലെ 95–5
91–9
86/45 ∴ 95x91=8645

വ്യതിയാനങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിച്ചാണ് നാം ഗുണനഫലത്തിൻെറ ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെയും പത്താം സ്ഥാനത്തേയും അക്കങ്ങൾ

കണ്ടുപിടിച്ചത്. ഇങ്ങനെ വ്യതിയാനങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഒരക്കമേഉള്ളെങ്കിൽ ഇടതുഭാഗത്ത് പൂജ്യം ചേർത്ത് രണ്ടക്കസംഖ്യയാക്കണം.

ഉദാ: 98-2
97-3
95/06

ഇവിടെ വ്യതിയാനങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം - 2x3=6. ഇത് ഒരക്കസംഖ്യയാണ് ഇടതുഭാഗത്ത് പൂജ്യം ചേർത്ത് രണ്ടക്കസംഖ്യയാക്കി മാറ്റിയിരിക്കുന്നു. ഇനി നമുക്ക് ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യയെ മറ്റൊരു മൂന്നക്ക സംഖ്യ കൊണ്ട് നിഖിലം ഉപയോഗിച്ച് ഗുണിക്കാം. 986, 979 എന്നീ സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കുക. എല്ലാം ഒമ്പതിൽനിന്ന് അവസാനത്തേത് പത്തിൽനിന്ന് എന്ന സൂത്രമനുസരിച്ച് 986ൽ ആറ് എന്ന അക്കം 10ൽ നിന്നും 8, 9 എന്നീഅക്കങ്ങൾ ഒമ്പതിൽനിന്നും വ്യത്യാസം കാണണം. അപ്പോൾ വ്യതിയാനം 14 ആയിരിക്കും. ഇതേപോലെ 979 ന്റെ വ്യതിയാനം 21 ആകുന്നു. വ്യതിയാനങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം = 294. ഇത് വ്യതിയാനങ്ങളുടെ താഴെ ചേർക്കുക.

986 -14
979 -21
/294

ഗുണനഫലത്തിലെ മറ്റ് അക്കങ്ങൾ കിട്ടാൻ 986-21 അഥവാ 979-14 കാണണം. ഇത് 965 ആകുന്നു.

986 -14
979 -21
965 /294

അതായത് 986x979 = 965294. അതായത് വ്യതിയാനങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ മൂന്നക്കങ്ങൾ കിട്ടിയില്ലെങ്കിൽ ഇടതുഭാഗത്ത് ആവശ്യമായ പൂജ്യങ്ങൾ ചേർക്കണം.

ഉദാ: (1)

998 -2
997 -3
995 / 006

ഉദാ: (2)

992 -8
993 -7
985/056

പത്തിൽ കുറഞ്ഞ സംഖ്യ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ 10 ആധാരമായും 100 ൽ കുറഞ്ഞ സംഖ്യ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ (നൂറിനോടടുത്ത്) 100 ആധാരമായും 1000ത്തിൽ കുറഞ്ഞ സംഖ്യ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ (ആയിരത്തോട് അടുത്തത്) പരിഗണിക്കുമ്പോൾ 1000 ഉം ആണ്

വ്യതിയാനങ്ങൾ കണക്കാക്കാൻ ആധാരമായി സ്വീകരിച്ചത്. ആധാരസംഖ്യയിൽ കൂടുതലാണ് സംഖ്യ എങ്കിൽ വ്യതിയാനം പോസിറ്റീവ് ആയി കണക്കാക്കി ക്രിയ ചെയ്യാം.

12, 9 എന്നീ സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കമെന്നിരക്കട്ടെ. വ്യതിയാനങ്ങൾ യഥാക്രമം 2-ഉം 1-ഉം ആയിരിക്കും. വ്യതിയാനങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം. -2 ആയിരിക്കും. ഇതിന്റെ അർത്ഥം 2 കുറയ്ക്കണം എന്നാണ്. ഗുണനഫലത്തിലെ മറ്റ് അക്കങ്ങൾ 12-1 അഥവാ 9+2 ആയിരിക്കും ഇത് 11 ആണല്ലോ.

12 +2

9 -1

11 / -2. 11 എന്നത് യഥാർത്ഥത്തിൽ 110 ആണ്. ഗുണനഫലം കാണാൻ ഇതിൽ നിന്ന് 2 കുറയ്ക്കണം.

അപ്പോൾ 12x9 = 108 രണ്ട് സംഖ്യകളും 10ൽ കൂടുതലാണെങ്കിൽ കുറക്കേണ്ടതില്ല. (+)x(+)=(+) ആണല്ലോ.

12 +2

11 +1

13 / 2. നൂറിൽ കൂടുതലുള്ളതും നൂറിൽ കുറവുള്ളതുമായ (നൂറിനോടടുത്ത) 2 സംഖ്യകളുടെ ഗുണനക്രിയ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

108 +8

97 -3

105/ -24

108x97 = 10500-24 = 10476. നൂറിൽ കൂടതലുള്ള (നൂറിനോടടുത്ത) രണ്ട് സംഖ്യകൾ ഗുണിക്കുന്നവിധം താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

103 +3

108 +8

111 / ¯24

ആനുരൂപ്യേന

ആനുപാതികമായി എന്നാണ് ഈ സൂത്രം അർത്ഥമാക്കുന്നത്. ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘനം അഥവാ ക്യൂബ് എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഈസൂത്രം ഉപയോഗിക്കാം. ഒരു സംഖ്യയെ അതേസംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ വർഗ്ഗം കിട്ടും. വർഗ്ഗത്തെ വീണ്ടും സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ഘനം കിട്ടും. 8x8=64, 64x8=512; 8 ന്റെ ക്യൂബാണ് 512

ഒരക്ക സംഖ്യയുടെ ക്യൂബ് കാണാൻ വളരെ എളുപ്പമാണ്. സംഖ്യ വലുതാവുമ്പോൾ ക്യൂബ് കാണുന്നതിനുള്ള ക്രിയയുടെ പ്രയാസം വർദ്ധിക്കുന്നു. ഒന്നിൽ കൂടുതൽ അക്കങ്ങളുള്ള സംഖ്യയുടെ ക്യൂബ് കാണാനാണ് ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

ആനുരൂപ്യേന രീതിയിൽ ക്യൂബ് കാണുമ്പോൾ രണ്ടു വരിയിലാണ് ക്രിയ ചെയ്യുന്നത്. ഒന്നാം വരിയിൽ നാലു സംഖ്യകളും രണ്ടാംവരിയിൽ രണ്ടുസംഖ്യകളും ഉണ്ടായിരിക്കും. ഒന്നാമത്തെ വരിയിലുള്ള സംഖ്യകൾ സമാന്തര പ്രോഗ്രഷനിൽ ഉള്ളവയായിരിക്കും. ഇതിൻെറ പൊതു ഗുണകം ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കവും ഈ അക്കമൊഴികെ മറ്റ് സ്ഥാനങ്ങളിലെ സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമായിരിക്കും രണ്ടാമത്തെ വരിയിലുള്ള സംഖ്യകൾ. മധ്യത്തിലുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഇരട്ടിയായിരിക്കും ഇവ. അതാത് സംഖ്യയുടെ നേരെയാണ് എഴുതേണ്ടത്.

ഓരോ നിരയിലെയും സംഖ്യകൾ ഓരോ സ്ഥാനത്തെ സംഖ്യകൾ എന്ന രീതിയിലാണ് പരിഗണിക്കേണ്ടത്. ഓരോ നിരയിലെയും സംഖ്യകളുടെ തുക കണ്ട് നേരെ താഴെ ചേർക്കണം. കൂടുതൽ അക്കങ്ങൾ വന്നാൽ ഒന്നാംസ്ഥാനത്തെ അക്കം മാത്രം ചേർക്കുകയും മറ്റു ഭാഗം തൊട്ട് അടുത്ത് ഇടതുഭാഗത്തേയ്ക്ക് മാറ്റുകയും വേണം.

ഇതേപ്രകാരം 12 എന്ന സംഖ്യയുടെ ക്യൂബ് കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇതിൽ ആദ്യവരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ 1 ആയിരിക്കും. പൊതുഗുണകം $^2/_1$ = 2 ആദ്യവരിയിലെ സംഖ്യകൾ 1, 2, 4, 8 എന്നിവയായിരിക്കും. രണ്ടാമത്തെ വരിയിലെ സംഖ്യ 4, 8 എന്നിവയായിരിക്കുമല്ലോ.

12^3 = 1 2 4 8

4 8

1, 6, 12, 8. ഓരോ നിലയിലെയും സംഖ്യകൾ യഥാക്രമം കൂട്ടിയിട്ടുണ്ട്. 4ഉം 8ഉം തമ്മിലുള്ള തുക 12ൽ രണ്ടക്കമുണ്ട്. 2 മാത്രം അവിടെ എഴുതണം. 'ഒന്ന്' ഇടതുഭാഗത്തേക്ക് മാറ്റണം. അപ്പോൾ 12^3 = 1728

14 ൻെറ ക്യൂബ് കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ആദ്യപദം 1 പൊതുഗുണകം 4

ആദ്യവരി = 1 4 16 64

രണ്ടാംവരി= 8 32

തുക = 1 12 48 64

ഓരോ നിരയിലെ തുകയിലും ഒരക്കം മാത്രം നിർത്തി മറ്റെ അക്കം സങ്കലനത്തിൽ ചെയ്യുന്നതുപോലെ ഇടത്തേക്ക് മാറ്റുക.

14^3 = 2 7 4 4

ഇനി 23ന്റെ ക്യൂബ് എങ്ങനെ കാണാമെന്ന് നോക്കാം. ഒന്നാംവരിയിലെ ആദ്യപദം 2ന്റെ ക്യൂബ് ആയിരിക്കും. അപ്പോൾ ആദ്യവരിയിലെ ആദ്യപദം = 8. പൊതുഗുണകം = 3/2

ആദ്യവരി = 8 12 18 27

രണ്ടാംവരി= 24 36

തുക = 8 36 54 27

ഒരോവരിയിലും ഒരക്കം നിർത്തി ബാക്കി ഭാഗം ഇടതുഭാഗത്ത് - ചേർത്താൽ 23^3 = 1 2 1 6 7. ഇതേപോലെ 10-ാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം 3 ആകുമ്പോൾ ആദ്യവരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ 3ന്റെ മൂന്നാംവർഗ്ഗമായ 27 എടുക്കണം. 34ന്റെ ക്യൂബ് കാണാൻ ആദ്യപദം 27 പൊതുഗുണകം $^4/_3$

ഒന്നാംവരി = 27 36 48 64

രണ്ടാംവരി = 72 96

തുക = 27 108 144 64 ∴ അപ്പോൾ 34^3 = 39 3 0 4

52 ന്റെ ക്യൂബ് കാണുമ്പോൾ ആദ്യപദം 5ന്റെ ക്യൂബ് അതായത് 125 പൊതുവ്യത്യാസം $^2/_5$

അദ്യവരി = 125 50 20 8

രണ്ടാംവരി= 100 40

തുക = 125 150 60 8 ∴ 52^3 = 140 608

മൂന്നക്ക സംഖ്യയുടെ ക്യൂബ് കാണണമെന്നരിക്കട്ടെ. 114 ന്റെ ക്യൂബ് കാണാൻ ആദ്യവരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ 11ന്റെ ക്യൂബ് അതായത് 1331 പൊതുവ്യത്യാസം = 4/11

ആദ്യവരി = 1331, 484, 176, 64

രണ്ടാംവരി= 968 352

തുക = 1331, 1452, 528, 64

114^3 = 148 15 44

നിഖിലം സൂത്രം ഉപയോഗിച്ച് നാം രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം കണ്ടുപിടിച്ചുവല്ലോ. സാധാരണയായി 10, 100, 1000... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളോട് അടുത്ത സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലം കാണാനാണ് നിഖിലം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. കാരണം 10, 100, 1000 എന്നീ സംഖ്യകളിൽ നിന്നുമുള്ള വ്യതിയാനമാണ് എടുക്കുന്നത്: വ്യതിയാനം ചെറുതാകുന്നതാണ്. എളുപ്പത്തിലുള്ള ഗുണനത്തിന് സഹായകമാകുന്നത്. ഉദാഹരണമായി 92, 95 എനിവയുടെ ഗുണനഫലം.

92 –8

95 –5

87 40. 42, 46 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഈ രീതിയിൽ കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവിടെ അടിസ്ഥാന സംഖ്യ 100 ആയി പരിഗണിച്ചാൽ 100ൽ നിന്നും 42 ലേക്കുള്ള വ്യതിയാനം 52 ഉം 46 ലേക്കുള്ള വ്യതിയാനം 56 എന്നും കാണാം. വ്യതിയാനങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ 56 x 52 കാണണം. ഇത് 42 x 46 ൻെറ ഗുണനം കാണുന്നതിനേക്കാൾ പ്രയാസമേറിയതാണെന്ന് കാണാം. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ അടിസ്ഥാനസംഖ്യ 100ൽ നിന്നും 50ലേക്ക് മാറ്റുന്നു. അപ്പോൾ ആനുപാതികമായി ഗുണനം നിർമ്മിക്കുമ്പോൾ വ്യതിയാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലത്തിന് മാറ്റമില്ല. പക്ഷേ മറ്റ് സ്ഥാനങ്ങളുടെ ഫലത്തിൽ ആനുപാതികമായ മാറ്റം വരുത്തണം. ഇവിടെ ആനുരൂപ്യേന എന്ന സൂത്രമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. നാം സ്വീകരിക്കുന്ന അടിസ്ഥാനസംഖ്യ = 50

50–ൽ നിന്ന് 42ൻെറ വ്യതിയാനം –8; 46 ൻെറ വ്യതിയാനം = –4

42 –8

46 –4

38 32

8x4=32

42–4=38

46–8=38

100ന് ആയതിനാൽ 50ന് ആനുപാതികമായിട്ടുള്ളത് $^{38}/_{2}$=19

∴ 42 x 46 = 1932

മറ്റൊരു ഉദാഹരണം പരിഗണിക്കുക. 43x47 കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ

43 –7

47 –3

40 21

അടിസ്ഥാനസംഖ്യ 50 ആയതിനാൽ 40ന്റെ പകുതി എടുക്കുക.

$^{40}/_2 = 20$ ∴ 43x47= 2021 ഇതേപോലെ

53 3

55 5

58 15

$^{58}/_2 = 29$ ആയതിനാൽ 53x55=2915

ഏകന്യൂനേന പൂർവേണ

ഏകാധികേന പൂർവേണ എന്ന സൂത്രത്തിൽ മുൻചൊന്നതിനോട് അഥവാ പൂർവപദത്തോട് ഒന്നു കൂട്ടിയാണ് നാം ക്രിയ ചെയ്തത്. ഒന്നു കുറച്ചു ക്രിയ ചെയ്യുന്നത് ഏകന്യൂനേന പൂർവേണ എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഒരു സംഖ്യയിൽ എത്ര അക്കമുണ്ടോ അത്രയും ഒമ്പതുകളുള്ള ഒരു സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതിനാണ് ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ഒരക്കമുള്ള ഒരു സംഖ്യയെ ഒമ്പതുകൊണ്ട് ഗുണിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ആദ്യം സംഖ്യയിൽനിന്ന് ഒന്നു കുറയ്ക്കുക. 7-1=6. പത്തിൽ നിന്ന് സംഖ്യ കുറയ്ക്കുക. 10-7 = 3 ∴ 7x9=63

ഒരു രണ്ടക്ക സംഖ്യയെ 99 കൊണ്ട് ഗുണിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ ഉദാ: 45x99. ആദ്യം 45ൽനിന്ന് ഒന്നു കുറയ്ക്കുക. 45-1=44. പിന്നീട് നൂറിൽനിന്നുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക. 100-45 = 55; 45x99 = 4455. ഇതേപോലെ 831x999 കാണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ആദ്യം സംഖ്യയിൽനിന്ന് 1 കുറയ്ക്കുക. 831-1=830. ആയിരത്തിൽനിന്ന് സംഖ്യ കുറച്ചാൽ 1000-831 =169.

ഒരു നാലക്ക സംഖ്യയെ 9999 കൊണ്ട് ഗുണിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ 2437 x 9999 ആദ്യം സംഖ്യയിൽനിന്ന് 1 കുറയ്ക്കുക 2437-1=2436. 10000ത്തിൽനിന്ന് സംഖ്യ കുറക്കുക 10000-2437=7563. അപ്പോൾ 2437x9999 = 24367563

ഊർധ്വതിര്യക്ഭ്യാം

സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനത്തിന് ഉപയോഗിക്കുന്ന ഒരു സൂത്രമാണിത്. കുത്തനേയും ചരിഞ്ഞും (Vertical and diagnol) എന്ന് വിശദീകരിക്കാം. സാധാരണയായി തുല്യഎണ്ണം അക്കങ്ങളുള്ള രണ്ട് സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കാനാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. രണ്ടക്കമുള്ള രണ്ട് സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുന്നവിധം. പത്താംസ്ഥാനത്തെ അക്കം a യും ഒന്നാംസ്ഥാനത്തെ അക്കം b യും ആയ സംഖ്യയും പത്താം സ്ഥാനത്തെ അക്കം c യും ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം d യും ആയ

സംഖ്യയും തമ്മിൽ ഈ രീതിയിൽ ഗുണിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ആദ്യം ഈ സംഖ്യകൾ താഴെകൊടുക്കുന്ന രീതിയിൽ മുകളിലും താഴെയുമായി എഴുതുക.

a, b

c, d. ഗുണനഫലത്തിലെ ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം ഗുണ്യത്തിലേയും ഗുണകത്തിലേയും അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിച്ച ഫലമായിരിക്കും.

a b

c d

bd ഇത് കുത്തനെയുള്ള അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമാണല്ലോ. ഈ ഗുണനഫലത്തിലെ പത്താംസ്ഥാനത്തെ അക്കം കാണാൻ വിലങ്ങനെയുള്ള അക്കങ്ങൾ ഗുണിച്ച് തുകകാണണം.

a b

c d

ad + bc. ഈ ഗുണനഫലങ്ങൾ വിലങ്ങനെയുള്ള അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലങ്ങളാണല്ലോ. നൂറാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം കാണാൻ പത്താംസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കണം.

a b

c d

ac ഇത് കുത്തനെയുള്ള അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമാണ്.

ഓരോ സ്ഥാനത്തും ലഭിക്കുന്ന ഫലങ്ങൾ രണ്ടക്കങ്ങൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം മാത്രം എഴുതി പത്താംസ്ഥാനത്തെ അക്കം അടുത്ത വലിയ സ്ഥാനത്തിലേക്ക് മാറ്റണം. ഉദാഹരണമായി 12, 34 എന്നീ സ്യകൾ തമ്മിലാണ് ഈ രീതിയിൽ ഗുണിക്കേണ്ടത് എന്നിരിക്കട്ടെ ആദ്യം സംഖ്യകൾ മുകളിലും താഴെയുമായി എഴുതുക.

12

34

8 ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ 2, 4 എന്നിവ കുത്തനെ (ഒന്നിനു മുകളിൽ മറ്റൊന്നായി) കാണുന്നു. ആദ്യം ഈ സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഗുണിച്ച് ഒന്നാംസ്ഥാനത്ത് ചേർക്കുക.

12

34

ഇനി വിലങ്ങനെ കിടക്കുന്ന അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിച്ച്

തുക കാണണം. 4, 1 എന്നിവ വിലങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകളാണ്. ഇതേപോലെ 3, 2 എന്നിവയും വിലങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകളാണ്. ഇവയുടെ ഗുണനഫലങ്ങളുടെ തുക = (1x4)+(3x2)=4+6=10

ഇവിടെ രണ്ടക്കമുള്ളതിനാൽ 0 മാത്രം ചേർത്ത് ഒന്ന് അടുത്തസ്ഥാനത്തേക്ക് മാറ്റുക. ഇനി ഇടതുഭാഗത്തുള്ള കുത്തനെയുള്ള അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കണം. 1, 3 എന്നിവയാണ് ഈ അക്കങ്ങൾ. ഇവയുടെ ഗുണനഫലം 1x3=3 ഇതിനോട് നേരത്തെ ബാക്കിയുള്ള അക്കംകൂടി ചേർക്കുക. അപ്പോൾ 4 എന്നു കിട്ടും. ഇത് ഗുണനഫലത്തിൻെറ നൂറാം സ്ഥാനത്ത് ചേർക്കുക.

1 2
3 4
40 8

ഇനി നമുക്ക് മറ്റൊരു ഉദാഹരണം പരിശോധിക്കാം. 45നെ 67കൊണ്ട് ഗുണിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ആദ്യം സംഖ്യകൾ മുകളിലും താഴെയുമായി എഴുതുക.

45
67. ആദ്യം കുത്തനെയുള്ള സംഖ്യകളായ 5ഉം 7ഉം ഗുണിക്കുക 5x7=35 ഇതിൽ 5 ഒന്നാംസ്ഥാനത്തു ചേർക്കുക. 3 ഇടതുഭാഗത്തേക്ക് മാറ്റുക.

45
67
35. ഇനി വിലങ്ങനെയുള്ള 6ഉം 5ഉം തമ്മിലും 4ഉം 7ഉം തമ്മിലും ഗുണിക്കുക. തുക കാണുക. നേരത്തെ ബാക്കിയുള്ള 3ഉം ചേർക്കുക.

(4x7)+(6x5)+3=28+30+3=61

ഒന്ന് പത്താം സ്ഥാനത്ത് ചേർക്കുക. 6 ഇടതുഭാഗത്തേക്ക് മാറ്റുക.

4 5
6 7
6^1 3^5 ഇനി കുത്തനെയുള്ള 6ഉം 4ഉം ഗുണിക്കുക. നേരത്തെ ബാക്കിയുള്ള 6 കൂടി കൂട്ടുക. 6 x 4 + 6 = 30. അപ്പോൾ 45x67=3015

ഊർധ്വാതിര്യക്ഭ്യാം രീതി ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് രണ്ടക്കമുള്ള സംഖ്യകളെ എങ്ങനെ ഗുണിക്കാമെന്ന് നാം മനസിലാക്കിയല്ലോ. ഇനി രണ്ട് മൂന്നക്കസംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കാമെന്ന് നോക്കാം. സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ സ്ഥാനവിലയ്ക്കനുസരിച്ച് താഴെ

കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയാണെന്നിരിക്കട്ടെ.

a b

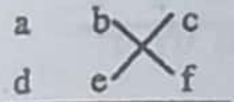
d e f ആദ്യം ഒന്നാംസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കുക. ഇത് ഗുണനഫലത്തിന്റെ ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കമായിരിക്കും.

a, b d

d e f

cf

പത്താംസ്ഥാനത്തെ അക്കം കാണാൻ ഏതെല്ലാം അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കണമെന്ന് താഴെ അമ്പടയാളത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



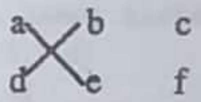
bf + ec നൂറാംസ്ഥാനത്തെ അക്കം കാണാൻ മൂന്ന് ഗണിതങ്ങൾ കാണേണ്ടിവരും. ഇവയുടെ തുകയായിരിക്കും മൂന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം. ഏതെല്ലാം അക്കങ്ങൾ ഗുണിക്കണമെന്നത് അമ്പടയാളത്തിൽ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



af + dc + bc ഇടത്തെ അറ്റത്തെ അക്കങ്ങൾ ഗുണനത്തിന് ഒരുതവണ ഉപയോഗിച്ചുകഴിഞ്ഞാൽ വലത്തെ അറ്റത്തെ അക്കങ്ങൾ ഒഴിവാക്കി ക്കൊണ്ട് ഗുണനക്രിയ തുടരണം. ഇടത്തെ അറ്റത്തെ അക്കങ്ങൾ a,d എന്നിവയാണല്ലോ. ഈ അക്കങ്ങൾ നാം ഗുണനത്തിന് ഉപയോഗിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ഇനി വലത്തെ അക്കങ്ങളായ c,f എന്നിവ ഒഴിവാക്കാം. ശേഷിക്കുന്ന അക്കങ്ങൾ താഴെകൊടുക്കുന്നു.

a b

d e നൂറാം സ്ഥാനത്തെ അക്കംവരെ നാം കണ്ടുകഴിഞ്ഞു. ഇനി ആയിരാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം കാണണം. ഇതിന് ഏതൊക്കെ അക്കങ്ങൾ ഗുണിക്കണം എന്നത് അമ്പടയാളം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.



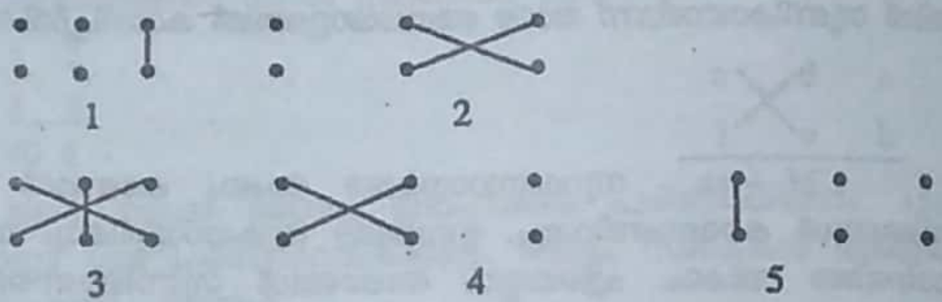
ae + bd അടുത്ത സ്ഥാനത്തെ അക്കം അതായത് പതിനായിരാം സ്ഥാന ത്തെ അക്കം കാണാൻ ഏറ്റവും ഇടത്തെ

അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കണം.

```
a     b     c
↕
d     e     f
-----------------
ad
```

ഇതേപ്രകാരം ഗുണനഫലത്തിലെ അക്കങ്ങൾ സ്ഥാനക്രമത്തിൽ ad/a+bd/af+dc+be/bf+ce/cf ആയിരിക്കും. ഇവിടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ തുക ഒരക്കം ആവണമെന്നില്ല. സാധാരണയായി ഒന്നിൽ കൂടുതൽ അക്കങ്ങളുള്ള ഒരു സംഖ്യ ആയിരിക്കും. ഒന്നാംസ്ഥാനത്തെ അക്കം മാത്രം യഥാസ്ഥാനത്ത് ചേർത്ത് ബാക്കിഭാഗം തൊട്ട് ഉയർന്നസ്ഥാനത്തേക്ക് മാറ്റണം.

ഗുണനക്രിയ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.



ഉദാ

```
3   2   1
5   4   6
-----------
        6
```

ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം (സംഖ്യ) = 6

```
3   2 ╳ 1
5   4   6
-----------
12 + 4 = 16
```

പത്താം സ്ഥാനത്തെ അക്കം (സംഖ്യ) = 16

```
3   2   1
5   4   6
```

18 + 5 + 8 = 31

നൂറാംസ്ഥാനത്തെ അക്കം (സംഖ്യ) = 31

```
3 ╳ 2   1
5   4   6
-----------
12 + 10 = 22
```

1000-ാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം (സംഖ്യ) = 22

```
3   2   1
|
5   4   6
-----------
15
```

10000-ാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം (സംഖ്യ)=15

ഗുണനഫലം = 15/22/31/16/6 = 175266 ഇങ്ങനെ പ്രത്യേകം സ്ഥാനക്രമത്തിൽ ഇട്ട് തുക കാണണമെന്നില്ല. ക്രമത്തിൽ ഗുണിച്ച് തുക കണ്ട് ഇടത്തോട്ട് നീങ്ങാം. ഒറ്റവരിയിൽ തന്നെ ക്രിയ ചെയ്യാം.

ഊർധ്വാതിര്യക്ഭ്യാം രീതിയിൽ വലതുനിന്ന് ഇടത്തോട്ടും ഇടതു നിന്ന് വലത്തോട്ടും ഓരോപ്രാവശ്യവും വരുന്ന ശിഷ്ടം ക്രമത്തിൽ കൂട്ടി മുന്നോട്ട് പോകാം. ഒറ്റവരിയിൽ തന്നെ ക്രിയ നിർവഹിക്കാം. ഇടതുനിന്ന് വലതു ഭാഗത്തേക്ക് ക്രിയ ചെയ്യുമ്പോൾ ശിഷ്ടം കൂട്ടാൻ സാധിക്കാതെ വരും. അപ്പോൾ ക്രിയ രണ്ടുവരിയിൽ ചെയ്യേണ്ടിവരും. അതായത് ആദ്യവരിയിൽ ക്രമത്തിൽ ഗുണനഫലങ്ങൾ എഴുതണം. പിന്നീട് സ്ഥാനക്രമത്തിനനുസരിച്ച് അക്കങ്ങൾ കൂട്ടിയിടണം. ഊർധ്വംതിര്യക്ഭ്യാം രീതിയിൽ ഇടതുനിന്ന് വലത്തോട്ട് ഒരു ഗുണനക്രിയ നിർവ്വഹിച്ചിരിക്കുന്നത് താഴെകൊടുക്കുന്നു.

```
   4   3   2
   3   2   6
 ------------------------
 12/ 17/ 36/  22/  12   = 140832

                           4 3 2
                           3 2 6
                     ------------
                       140 8 3 2
                         2 3 2 1
                     ------------
                       140 8 3 2  = 140832
                     ============
```

ഈ ക്രിയ വലത്തുനിന്ന് ഇടത്തോട്ട് ചെയ്യുമ്പോൾ ഒറ്റവരിയിൽ ചെയ്യാം.

പരാവർത്ത്യയോജയേത്

ഇനി "പരാവർത്ത്യയോജയേത്" എന്ന സൂത്ര മുപയോഗിച്ച് ഹരണം ചെയ്യുന്നത് പരിശോധിക്കാം. ചിഹ്നം മാറ്റി ക്രിയ ചെയ്യുക എന്നതാണ് ഈ സൂത്രം അർത്ഥമാക്കുന്നത്. ഹരണ ക്രിയ എളുപ്പമാക്കാൻ ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കാം. 46നെ 11 കൊണ്ട് ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിച്ച് ഹരിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവിടെ ഹാരകം 11 ആകുന്നു. ആധാരസംഖ്യയായി 10 സ്വീകരിക്കുക. വ്യതിയാനം 1 ആകുന്നു. വ്യതിയാനം ആധാര സംഖ്യയേക്കാൾ കൂടുതലാണ് അപ്പോൾ പോസിറ്റീവ് ആയിട്ടാണ് നിഖിലത്തിൽ ക്രിയ ചെയ്തത്. ഇവിടെ ചിഹ്നം മാറ്റി നെഗറ്റീവ് ആയി പരിഗണിക്കുക. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ ഹരണക്രിയ സൂചിപ്പിക്കുക.

11) 46 വ്യതിയാനം ചിഹ്നം മാറ്റി 11ന് താഴെ ചേർക്കുക.

11) 46
–1

ഹാര്യത്തിൽനിന്നും ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കം മാറ്റി പത്താം സ്ഥാനത്തെ അക്കം താഴെ ചേർക്കുക.

11) 46
–1
4 ഇതിനെ താഴെ ചേർത്തസംഖ്യയെ വ്യതിയാനംകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഹാര്യത്തിലെ ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തിന് താഴെ ചേർക്കുക.

11) 46
-1 -4
4 ഈ സംഖ്യയുടെയും ഒന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തിൻെറയും തുക കാണുക

6+–4=2 ഇത് ശിഷ്ടമായിരിക്കും. ഈ ശിഷ്ടം 4ന് ശേഷം ചേർക്കുക.

11 4 6
–1 –4
4/2 ഹരണഫലം 4 എന്നും ശിഷ്ടം 2 എന്നും ലഭിക്കുന്നു.

ഇനി നമുക്ക് ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യയെ മൂന്നക്കസംഖ്യകൊണ്ട് എങ്ങനെ ഹരിക്കാമെന്ന് നോക്കാം. 236നെ 114കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ആദ്യം ഹരണക്രിയ സൂചിപ്പിക്കുക.

114) 2 36 ഇവിടെ ഹാരകം 114 ആണ് അപ്പോൾ ആധാരസംഖ്യ 100 ആയി പരിഗണിക്കുക. ആധാരസംഖ്യയിൽനിന്നുള്ള വ്യതിയാനം 14. ഇത് ചിഹ്നം മാറ്റി ഹാരകത്തിനു താഴെ ചേർക്കുക.

114) 2 36
–14 ഹാര്യത്തിലെ ഒന്നാംസ്ഥാനവും പത്താംസ്ഥാനവും മാറ്റി ബാക്കി താഴെ ചേർക്കുക.

114) 236
–14
2

താഴെ ചേർത്ത സംഖ്യയും വ്യതിയാനവും തമ്മിൽ ഗുണിച്ച് യഥാസ്ഥാനം ചേർക്കുക.

114) 236
–14 –28
2

36, –28 എന്നിവയുടെ തുക കാണുക. 36+–28 = 8 ഇത് ശിഷ്ടമായിരിക്കും.

114) 236
–14 –28
2/8 ഹരണഫലം = 2 ശിഷ്ടം = 8. 572നെ 108 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്ന വിധം താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

108) 572
–8 –40
5/32 ഹരണഫലം = 5 ശിഷ്ടം = 32

ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിന്റിഫിക് ഹെറിറ്റേജ്
തിരുവനന്തപുരം

ആധുനിക ശാസ്ത്രത്തിന്റെ വെളിച്ചത്തിൽ സമ്പൂർണ ഭാരതീയ ചിന്താധാരകളുടെ ശാസ്ത്രീയ വിശകലനത്തിനായുള്ള ഒരു സംരംഭത്തിന് ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിന്റിഫിക് ഹെറിറ്റേജ് പുരാതനഭാരതത്തിൽ, ആധുനിക് ശാസ്ത്രം പൂർണമായും നിലനിന്നിരുന്നു എന്നൊരു തെറ്റിദ്ധാരണ ചിലരിൽ നിലനിൽക്കുന്നു. നമ്മുടെ പൈതൃകം ആത്മീയതയുടെ മാത്രം മാർഗ്ഗമായിരുന്നു. അതിൽ ശാസ്ത്രമേ ഉണ്ടായിരുന്നില്ല എന്ന ഒരന്ധവിശ്വാസവും ഇന്നിവിടെയുണ്ട്. വസ്തുതകൾ ഇവക്കു രണ്ടിനും മദ്ധ്യേയാണ്. ഗണിതം, ജ്യോതിശാസ്ത്രം, രസതന്ത്രം, ലോഹതന്ത്രം, ആരോഗ്യശാസ്ത്രം, തച്ചുശാസ്ത്രം സംഗീതശാസ്ത്രം.. തുടങ്ങി ആധുനിക ശാസ്ത്ര - സാങ്കേതിക നിലവാരമുള്ള അനവധി വിജ്ഞാനഗ്രന്ഥങ്ങളും വിദ്യകളും ഇവിടെ നിലനിന്നിരുന്നു. നമ്മുടെ വിചാര - വികാര - വിശ്വാസ - ആചാര - കർമ്മങ്ങളിലെല്ലാം, ശുദ്ധശാസ്ത്രീയാംശം വളരെ സ്പഷ്ടമായിക്കാണുവാനും വിശകലനം ചെയ്യുവാനും സാദ്ധ്യമാണ്. ആത്മീയവും ഭൗതികവുമായ ഭാരത ചിന്താധാരകളിലെ ശാസ്ത്ര സത്യങ്ങൾ പഠിക്കുവാനും, പഠിപ്പിക്കുവാനും, പ്രചരിപ്പിക്കുവാനും വേണ്ടിയുള്ള ആധുനിക ശാസ്ത്രജ്ഞമാരുടെ ലളിത ശ്രമഫലമായാണ് ഇന്ത്യൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സയിന്റിഫിക് ഹെറിറ്റേജ് ജന്മം കൊണ്ടത്.